ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

LƯƠNG THỊ THANH GIANG

PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ ĐẠO HÀM VỚI ĐỘ CHÍNH XÁC BẬC CAO VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

LƯƠNG THỊ THANH GIANG

PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ ĐẠO HÀM VỚI ĐỘ CHÍNH XÁC BẬC CAO VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60.46.01.12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

TS. VŨ VINH QUANG

THÁI NGUYÊN - 2017

Mục lục

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thầy tôi TS. Vũ Vinh Quang, người đã trực tiếp hướng dẫn luận văn, đã tận tình chỉ bảo và hướng dẫn tôi tìm ra hướng nghiên cứu, tìm kiếm tài liệu, giải quyết vấn đề... nhờ đó tôi mới có thể hoàn thành luận văn cao học của mình. Từ tận đáy lòng, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc nhất tới Thầy của tôi và tôi sẽ cố gắng hơn nữa để xứng đáng với công lao của Thầy.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, phòng Đào tạo trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ tôi trong suốt thời gian học tập tại trường. Tôi xin cảm ơn quý thầy cô Khoa Toán - Tin và đặc biệt là PGS.TS. Nguyễn Thị Thu Thủy, trưởng Khoa Toán - Tin, đã luôn quan tâm, động viên, trao đổi và đóng góp những ý kiến quý báu trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu và hoàn thành luân văn.

Cuối cùng, tôi muốn bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới những người thân trong gia đình, đặc biệt là bố mẹ - những người luôn động viên, chia sẽ mọi khó khăn cùng tôi trong suốt thời gian qua và đặc biệt là trong thời gian tôi theo học khóa thạc sỹ tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên.

Thái Nguyên, ngày 27 tháng 6 năm 2017

Tác giả luận văn

Lương Thị Thanh Giang

Bảng ký hiệu

$\mathbb{R}$	trường số thực
$\mathbb{R}^n$	không gian Euclide n-chiều
$f^{(n)}$	đạo hàm cấp n của hàm số f(x)
$\Delta^n f(x)$	sai phân cấp n của hàm số f(x)

Danh sách bảng

Mở đầu

Khi nghiên cứu về các bài toán thực tế trong các môi trường liên tục thì đại đa số các bài, qua mô hình hóa toán học đều đưa đến các dạng bài toán biên đối với phương trình vi phân đối với hàm một biến số hoặc phương trình đạo hàm riêng đối với hàm nhiều biến số. Đối với các bài toán này, việc nghiên cứu về sự tồn tại duy nhất nghiệm đã được toán học lý thuyết giải quyết đối với từng mô hình chi tiết. Đối với toán học ứng dụng, người ta thường quan tâm đến vấn đề xác định nghiệm của các dạng bài toán cụ thể đối với từng mô hình. Có thể thấy rằng việc xác định nghiệm chính xác của các bài toán biên thông qua các phương pháp giải tích chỉ có thể thực hiện được đối với một số bài toán dạng rất đơn giản (vế phải, điều kiện biên,. . .) còn đại đa số các bài toán phức tạp chỉ có thể tìm được nghiệm xấp xỉ của nó.

Tư tưởng chính của các phương pháp xấp xỉ là chuyển miền xác định đối với các biến số độc lập của phương trình trong không gian vô hạn chiều về miền trong không gian hữu hạn chiều được cấu trúc bởi một số hữu hạn điểm, từ đó tìm cách xấp xỉ các hàm số cùng các đạo hàm tương ứng với các bài toán để chuyển các phương trình vi phân hoặc phương trình đạo hàm riêng cùng các hệ điều kiện biên tương ứng về các hệ phương trình đại số tuyến tính. Từ đó xây dựng các thuật toán giải hệ đại số để thu được nghiệm xấp xỉ của bài toán. Một trong các phương pháp truyền thống hiện nay là phương pháp lưới.

Đối với phương pháp lưới, người ta thường quan tâm đến 2 vấn đề quan trọng:

1. Độ chính xác của phương pháp hay là sai số mắc phải trong quá trình xấp xỉ hàm và đạo hàm.

2. Độ phức tạp của thuật toán giải các hệ đại số tuyến tính.

Xuất phát từ thực tế đó, mục tiêu nghiên cứu chính của luận văn là tìm hiểu về cơ sở của một số phương pháp xấp xỉ hàm và đạo hàm với độ chính xác bậc cao dựa trên khai triển Taylor và đa thức nội suy, từ đó áp dụng vào việc xây dựng các thuật toán giải số đối với một số bài toán biên cho phương trình vi phân với độ chính xác bậc cao và kiểm tra các thuật toán trên máy tính điện tử.

Nội dung luận văn chia làm 3 chương

Chương 1: Một số kiến thức cơ bản.

Chương 2: Một số phương pháp xấp xỉ đạo hàm với độ chính xác bậc cao.

Chương 3: Một số ứng dụng.

Chương 1

Một số kiến thức cơ bản

Trong chương này chúng tôi trình bày một số kết quả lý thuyết về công thức khai triển Taylor, lý thuyết về đa thức nội suy, đa thức nội suy Lagrange, đa thức nội suy Newton và lý thuyết về hàm ghép trơn Spline. Những kết quả này là những kiến thức bổ trợ cho việc trình bày các kết quả chính trong chương 2 và chương 3. Nội dung của chương 1 được tham khảo trong các tài liệu [1],[2],[3].

1.1 Công thức khai triển Taylor

1.1.1 Công thức khai triển Taylor đối với hàm một biến số

Định lý 1.1.1 *Cho n là số nguyên dương và f là hàm khả vi liên tục đến cấp n trên khoảng đóng $[a, x]$ và khả vi cấp (n+1) trên khoảng mở (a, x) thì*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + ... + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x)$$

với $R_n(x)$ là phần dư bậc n.
Dạng Lagrange của phần dư trong công thức trên là:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$$

với ξ là số nằm giữa a và x.